This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Math 3628.62

SCIENCE CENTER LIBRARY

BOUGHT WITH THE INCOME

FROM THE BEQUEST OF

PROF. JOHN FARRAR, LL.D.

AND HIS WIDOW

ELIZA FARRAR

FOR

"BOOKS IN THE DEPARTMENT OF MATHEMATICS, ASTRONOMY, AND NATURAL PHILOSOPHY"

Ueber

die Entwickelung einer Function

mit imaginärem Argument

nach

den Kugelfunctionen erster und zweiter Art.

Von

Carl Neumann.

Halle,

Druck und Verlag von H. W. Schmidt.

1862.

3628.62
Math ~~3608.62~~

HARVARD COLLEGE
JAN 6 1908
LIBRARY.

Farrar fund

Bezeichnet R irgend einen auf der $\overline{xy}$-Ebene abgegrenzten Raum, innerhalb dessen eine von $z = x + iy$ (auf monogene Weise) abhängende Function $f(z)$ überall stetig bleibt, und repräsentirt $z_1 = x_1 + iy_1$ einen innerhalb dieses Raumes befindlichen Punct, so gilt bekanntlich folgende Formel

$$(1.) \qquad 2\pi i f(z_1) = \int \frac{f(z)\,dz}{z - z_1},$$

wo die Integration über alle Puncte z, die zur Peripherie von R gehören, auszudehnen und in derjenigen Richtung fortzuführen ist, welche zur äusseren*) Normale der Peripherie so liegt, wie die y-Achse zur x-Achse.

Vermittelst dieses Satzes ist es Cauchy gelungen**), die Taylor'sche Entwickelung in einfacherer und zugleich allgemeinerer Weise, als es früher

---

*) Unter der äusseren Normale der Peripherie von R verstehe ich die aus dem Innern von R in den angrenzenden Raum hineinlaufende Richtung der Normale.

**) Man sehe darüber z. B. Théorie des fonct. doubl. périodiques, par Briot et Bouquet. Pag. 23 — 33.

geschehen war, zu begründen. Cauchy fand bekanntlich, dass die Entwickelung einer Function nach steigenden Potenzen von z immer möglich ist, wenn dieselbe innerhalb eines um den Anfangspunct ($z = 0$) beschriebenen Kreises überall stetig bleibt; und dass andererseits eine Entwickelung derselben gleichzeitig nach steigenden und fallenden Potenzen von z möglich ist, sobald sie zwischen irgend zwei um jenen Punct ($z = 0$) beschriebenen Kreisen stetig ist. Selbstverständlich ist dann jede dieser beiden Entwickelungen nur für dasjenige Gebiet des Argumentes z gültig, innerhalb dessen die Function in dem einen oder in dem andern Fall als stetig vorausgesetzt wird.

In analoger Weise lässt sich nun, wie ich zeigen werde, die Formel (1.) verwenden, um die Entwickelung einer Function $f(z)$ nach den Kugelfunctionen erster und zweiter Art d. i. nach den $P^{(n)}(z)$ und $Q^{(n)}(z)$ *) zu bewerkstelligen. An Stelle der concentrischen Kreise wird dabei ein System confocaler, um die Brennpuncte $z = +1$ und $z = -1$ beschriebener Ellipsen auftreten, um dasjenige Ge-

---

*) Unter $\overset{(n)}{P}(z)$ und $\overset{(n)}{Q}(z)$ sind die beiden particulären Integrale der Differentialgleichung

$$\frac{\partial(1-z^2)\frac{\partial F}{\partial z}}{\partial z} + n(n+1)F = 0$$

zu verstehen, und zwar in derjenigen Form, welche in Heine's Hand-

biet des Argumentes z zu bestimmen, für welches diese Entwickelungen anwendbar sind. Es wird sich nämlich herausstellen, dass eine Function $f(z)$ innerhalb des von einer solchen Ellipse umschlossenen Raumes immer durch eine nach den $P^{n)}(z)$ fortschreitende Reihe darstellbar ist, falls sie innerhalb jenes Raumes überall stetig ist; und ferner, dass die Function $f(z)$ innerhalb des ringförmigen Raumes, der zwischen zwei Ellipsen jenes Systemes liegt, durch eine gleichzeitig nach den $P^{(n)}(z)$ und $Q^{(n)}(z)$ fortschreitende Reihe ausgedrückt werden kann, falls sie innerhalb des eben genannten ringförmigen Raumes überall stetig ist.

Die Begründung der Taylor'schen Reihe gelang Cauchy bekanntlich dadurch, dass er den in (1.) unter dem Integral befindlichen Bruch $\frac{1}{z - z_1}$ nach dem Binomischen Satze entwickelte.

Die neuen Reihen, von denen hier die Rede ist, werden dadurch erhalten werden, dass man zur Entwickelung jenes Bruches den Heine'schen Satz*):

---

buch der Kugelfunctionen (Pag. 14, 15 und 59) als die Normalform festgesetzt ist, nämlich:

$$\overset{(n)}{P}(z) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}(z - \sqrt{z^2-1}\cos\alpha)^n d\alpha = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{d\alpha}{(z + \sqrt{z^2-1}\,.\cos\alpha)^{n+1}}$$

$$\overset{(n)}{Q}(z) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{d\alpha}{(z + \sqrt{z^2-1}\cos i\alpha)^{n+1}}$$

*) Heine, Handb. d. Kugelfunct. Pag. 104.

$$(2.)\qquad \frac{1}{z-z_1} = \sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+1) . \overset{(n)}{P}(z_1) \overset{(n)}{Q}(z)$$

in Anwendung bringt. Daraus ergeben sich jene Reihen mit solcher Leichtigkeit, dass ihre Aufstellung als eine unmittelbare Folge dieses merkwürdigen Satzes anzusehen ist.

Bemerkt muss zunächst werden, dass die Darstellung (2.), wie Heine nachgewiesen hat*), immer und nur dann gültig ist, wenn

$$(3.)\qquad \mathrm{mod}\,(z+\sqrt{z^2-1}) > \mathrm{mod}\,(z_1+\sqrt{z_1{}^2-1})$$

ist. Hinsichtlich der Vorzeichen von $\sqrt{z^2-1}$ und $\sqrt{z_1{}^2-1}$ wird dabei vorausgesetzt**), dieselben seien so bestimmt worden, dass jeder der eben genannten beiden Moduln grösser als 1 ist. — Um dieser Bedingung (3.) zunächst eine mehr übersichtliche Fassung zu geben, führen wir an Stelle der Coordinaten x, y zwei neue Variable ϑ, ω ein, und setzen:

$$(4.)\qquad z = x+iy = \cos(\omega - i\vartheta).$$

Daraus ergeben sich für die Abhängigkeit zwischen x, y und ϑ, ω folgende Gleichungen:

$$(4.\,a.)\qquad \begin{cases} x = \dfrac{e^{\vartheta}+e^{-\vartheta}}{2}\cos\omega \\[2ex] y = \dfrac{e^{\vartheta}-e^{-\vartheta}}{2}\sin\omega \end{cases}$$

und

---

*) l. c. Pag. 105 seq.

**) l. c. Pag. 75.

$$(4.\text{b.})\qquad \begin{cases} \dfrac{x^2}{\cos^2\omega} - \dfrac{y^2}{\sin^2\omega} = 1 \\[2ex] \dfrac{x^2}{\left(\dfrac{e^{\vartheta}+e^{-\vartheta}}{2}\right)^2} + \dfrac{y^2}{\left(\dfrac{e^{\vartheta}-e^{-\vartheta}}{2}\right)^2} = 1, \end{cases}$$

woraus ersichtlich ist, dass die Gleichungen $\omega =$ Const. und $\vartheta =$ Const. zwei Systeme confocaler Hyperbeln und Ellipsen vorstellen, deren Brennpuncte die Coordinaten $x = 1$, $y = 0$ und $x = -1$, $y = 0$ besitzen. Man kann sämmtliche Ellipsen dieses Systemes auf doppelte Weise erhalten, entweder dadurch, dass man ϑ von 0 bis ∞ wachsen, oder dadurch, dass man dasselbe von 0 bis $-\infty$ abnehmen lässt. Um diese Willkür zu vermeiden, setzen wir fest, dass unter ϑ nur positive Werthe verstanden werden sollen. Da alsdann diejenige Ellipse, welche sich als Verbindungslinie der beiden Brennpuncte darstellt, den Parameter $\vartheta = 0$, und andererseits diejenige Ellipse, welche sich in unendlicher Ferne um die Brennpuncte herumzieht, den Parameter $\vartheta = +\infty$ besitzt; so wird ϑ jederzeit im Wachsen begriffen sein, sobald man von einer die Brennpuncte enger umschliessenden zu einer dieselben aus weiterer Entfernung umgebenden Ellipse übergeht. — Was nun die Bedingung (3.) anbelangt, so wird:

$$\begin{aligned} z &= \cos(\omega - i\vartheta) \\ \sqrt{z^2-1} &= \pm\, i \sin(\omega - i\vartheta) \end{aligned}$$

$$z + \sqrt{z^2 - 1} = e^{\pm i(\omega - i\vartheta)} = e^{\pm\vartheta}(\cos\omega \pm i \sin\omega)$$
$$\mathrm{mod}\,(z + \sqrt{z^2 - 1}) = e^{\pm\vartheta}.$$

Beachtet man nun, dass das, hier durch die Zweideutigkeit von $\sqrt{z^2 - 1}$ hereingekommene, Vorzeichen $\pm$ der Art zu wählen ist, dass $\mathrm{mod}\,(z + \sqrt{z^2 - 1}) > 1$ wird, und beachtet man ferner, dass unter ϑ eine Grösse von positivem Werth verstanden wird, so ergiebt sich:

$$\mathrm{mod}\,(z + \sqrt{z^2 - 1}) = e^{\vartheta}.$$

Ebenso wird, falls man $z_1 = (x_1 + iy_1) = \cos(\omega_1 - i\vartheta_1)$ setzt:

$$\mathrm{mod}\,(z_1 + \sqrt{z_1{}^2 - 1}) = e^{\vartheta_1}.$$

Die Bedingung (3.) verwandelt sich demnach in

$$\vartheta > \vartheta_1,$$

und wird also erfüllt sein, sobald die durch den Punct z gelegte Ellipse grösser ist als die durch z_1 gelegte Ellipse. Wir gelangen daher zu folgendem Satz:

(5.) Von den beiden Formeln

$$\frac{1}{z - z_1} = \sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+1)\, P^{(n)}(z_1)\, Q^{(n)}(z)$$

$$\frac{1}{z_1 - z} = \sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+1)\, P^{(n)}(z)\, Q^{(n)}(z_1)$$

ist die erstere immer anwendbar, wenn sich der Punct z_1 *innerhalb*, die letztere immer anwendbar, wenn sich derselbe *ausserhalb* einer durch den Punct z gehenden Ellipse mit den Brennpuncten ($z = \pm 1$) befindet.

Wendet man demnach die Gleichung (1.) auf denjenigen Raum R an, welcher von einer Ellipse mit den Brennpuncten ($z = \pm 1$) umschlossen wird, indem man dabei für $f(z)$ eine innerhalb dieses Raumes überall stetige Function nimmt, so wird zufolge (5.):

$$2\pi i\, f(z_1) = \int f(z) \left\{ \sum (2n+1)\, \overset{(n)}{Q}(z)\, \overset{(n)}{P}(z_1) \right\} dz.$$

Daraus ergiebt sich folgender Satz:

(6.) Ist $f(z)$ innerhalb einer Ellipse mit den Brennpuncten ($z = \pm 1$) überall stetig, so gilt für jeden innerhalb dieser Ellipse befindlichen Punct z_1 folgende Entwickelung:

$$f(z_1) = \sum_{n=0}^{n=\infty} A_n \,.\, \overset{(n)}{P}(z_1)$$

wo die Coefficienten

$$A_n = \frac{2n+1}{2\pi i} \int f(z)\, \overset{(n)}{Q}(z)\, dz$$

sind. Die Integration ist hier über die ganze Peripherie der Ellipse auszudehnen und zwar in solcher Richtung fortzuführen, dass der zwischen der positiven x- und y-Achse enthaltene Quadrant von der ersteren Achse nach der letzteren hin durchlaufen wird.

Nimmt man ferner in (1.) an Stelle von R einen ringförmigen, von zwei Ellipsen mit den Brennpuncten ($z = \pm 1$) begrenzten Raum, und gleichzeitig natürlich für $f(z)$ eine Function, die innerhalb dieses

Raumes überall stetig ist, so ergiebt sich durch Anwendung von (5.):

$$2\pi i f(z_1) = \int_a f(z)\left\{\sum(2n+1)\,\overset{(n)}{Q}(z)\,\overset{(n)}{P}(z_1)\right\}dz$$
$$-\int_i f(z)\left\{\sum(2n+1)\,\overset{(n)}{P}(z)\,\overset{(n)}{Q}(z_1)\right\}dz,$$

wo das Integral $\int_a$ über die Peripherie der äusseren, das Integral $\int_i$ über die der inneren Ellipse ausgedehnt ist und in beiden die Richtung der Integration zu der äusseren Normale des ringförmigen Raumes so liegt, wie die y-Achse zur x-Achse. Der zwischen der pos. x- und y-Achse liegende Quadrant wird daher bei der Integration $\int_a$ von der erstern nach der letztern Achse hin, bei der Integration $\int_i$ hingegen in entgegengesetzter Richtung durchlaufen. Um beide Integrations-Richtungen unter einander gleichsinnig zu machen, verwandeln wir das Vorzeichen — des Integrals $\int_i$ in +, und erhalten dann folgenden Satz:

(7.) Ist $f(z)$ innerhalb eines ringförmigen Raumes, der von zwei confocalen Ellipsen mit den Brennpuncten ($z = \pm 1$) begrenzt wird, überall stetig, so gilt für jeden Punct z_1 im Innern dieses Raumes folgende Entwickelung:

$$f(z_1) = \sum_{n=0}^{n=\infty} A_n \overset{(n)}{P}(z_1) + \sum_{n=0}^{n=\infty} B_n \overset{(n)}{Q}(z_1)$$

wo die Coefficienten

$$A_n = \frac{2n+1}{2\pi i}\int_a f(z)\,\overset{(n)}{Q}(z)\,dz$$

$$B_n = \frac{2n+1}{2\pi i}\int_i f(z)\,\overset{(n)}{P}(z)\,dz$$

sind. Die Integrationen $\int_a$ und $\int_i$ sind hier respective über den äusseren und inneren Rand jenes Raumes auszudehnen und dabei in solcher Richtung fortzuführen, dass der zwischen der positiven x- und y-Achse befindliche Quadrant des äusseren oder inneren Randes immer von der erstern nach der letztern Achse hin durchlaufen wird.

Beiläufig mag noch auf einige Formeln aufmerksam gemacht werden, die sich aus (6.) leicht ergeben. Offenbar kann man dort an Stelle von $f(z)$ die Function $\overset{(m)}{P}(z)$ nehmen. Dann ergiebt sich

$$\overset{(m)}{P}(z_1) = \sum_{n=0}^{n=\infty} A_n \overset{(n)}{P}(z_1) \tag{8.}$$

wo:

$$A_n = \frac{2n+1}{2\pi i}\int \overset{(m)}{P}(z)\,\overset{(n)}{Q}(z)\,dz\,.$$

Da nun in (8.) die Coefficienten der P auf beiden Seiten übereinstimmen müssen, so folgt, dass alle A_n, mit alleiniger Ausnahme von A_m, $= 0$ sind, A_m selber aber $= 1$ ist. D. i.

$$\int \overset{(m)}{P}(z)\,\overset{(m)}{Q}(z)\,dz = \frac{2\pi i}{2m+1}$$

$$\int \overset{(m)}{P}(z)\,\overset{(n)}{Q}(z)\,dz = 0, \qquad (m \gtrless n).$$

Beachtet man ferner, dass in (7.) an Stelle von $f(z)$ sowohl $\overset{(m)}{P}(z)$ als auch $\overset{(m)}{Q}(z)$ genommen werden kann, so ergeben sich ähnliche Formeln. Man erhält im Ganzen folgende Resultate:

(9.a.) Das über die Peripherie einer Ellipse mit den Brennpuncten ($z = \pm 1$) ausgedehnte Integral:

$$\int \overset{(m)}{P}(z) \,.\, \overset{(n)}{Q}(z) \,.\, dz$$

ist, je nachdem m und n einander gleich oder verschieden sind, entweder $= \frac{2\pi i}{2n+1}$ oder $= 0$. Dabei ist die Integrationsrichtung wiederum so zu denken, dass der zwischen der positiven x- und y-Achse befindliche Quadrant der Ellipse von der x- nach der y-Achse hin durchlaufen wird.

(9.b.) Die über die Peripherie einer Ellipse mit den Brennpuncten ($z = \pm 1$) ausgedehnten Integrale

$$\int \overset{(m)}{P}(z)\, \overset{(n)}{P}(z)\, dz \quad \text{und}$$

$$\int \overset{(m)}{Q}(z)\, \overset{(n)}{Q}(z)\, dz$$

sind, mögen nun m und n einander gleich oder verschieden sein, immer $= 0$.

Schliesslich mag noch darauf aufmerksam gemacht werden, dass die in (6.) und (7.) zur Coefficientenbestimmung dienenden Integrationen nicht immer nothwendigerweise über den Rand von El-

lipsen auszudehnen sind, sondern unter geeigneten Umständen leicht auf andere Curven übertragen werden können. So überzeugt man sich z. B. leicht davon, dass an Stelle des Satzes (6.) folgender allgemeinerer hingestellt werden kann:

(10.) Ist $f(z)$ innerhalb einer Fläche R, welche die von $z = -1$ nach $z = +1$ gehende gerade Linie in sich enthält, übrigens aber beliebig begrenzt sein kann, allenthalben stetig, und bezeichnet man mit E die grösste Ellipse mit den Brennpuncten ($z = \pm 1$), welche innerhalb R construirt werden kann, so gilt für jeden innerhalb E liegenden Punct z_1 die Entwickelung

$$f(z_1) = \sum_{n=0}^{n=\infty} A_n \overset{(n)}{P}(z_1),$$

wo die Coefficienten A folgende Werthe besitzen

$$A_n = \frac{2n+1}{2\pi i} \int f(z) \overset{(n)}{Q}(z) dz.$$

Die Integration kann hier entweder über den Rand von E selber, oder über den Rand von R oder endlich über eine beliebige geschlossene Curve, welche zwischen diesen beiden Rändern hin fortläuft, ausgedehnt werden. Dabei ist die Richtung, in welcher die Integration fortgeführt wird, immer der Art zu nehmen, dass der zwi-

schen der positiven x- und y-Achse befindliche Quadrant der Integrations-Curve von der erstern nach der letztern Achse hin durchlaufen wird.

In analoger Weise kann man auch den in (7.), (9. a.) und (9. b.) gefundenen Resultaten leicht eine allgemeinere Fassung geben.

JAN 7 1908

Nat'l Advisory
Com. for Aeronautics
4/12/44

DUE DEC 16 '46